ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

	ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	**Τ. Σελλής - Ν. Κοζύρης**
ΑΝΟΙΞΗ 2002	**ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ #1**	

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

1) Ο αριθμός των μηδενικών στοιχείων είναι:

$$n_0 = 2(n + (b-1)(n - \frac{b}{2})) - \left(\left\lfloor \frac{b-1}{2} + 1 \right\rfloor \right)^2 - \left(\left\lceil \frac{b-1}{2} \right\rceil \right)^2$$

2) Το μέγεθος του πίνακα B πρέπει να είναι:

B(x) με $x = n^2 - n_0$

3) Προκειμένου να βρω τη loc(n,b,i,j) χωρίζω οριζόνται τον πίνακά μου στις εξής περιοχές:

Α. $i \le b$

Β. $b < i \le \frac{n+1}{2} - b$

Γ. $\frac{n+1}{2} - b < i \le \frac{n+1}{2}$, καθώς και τις κατοπτρικές τους:

Δ. $\frac{n+1}{2} < i \le \frac{n+1}{2} + b$

Ε. $\frac{n+1}{2} + b < i \le n - b$

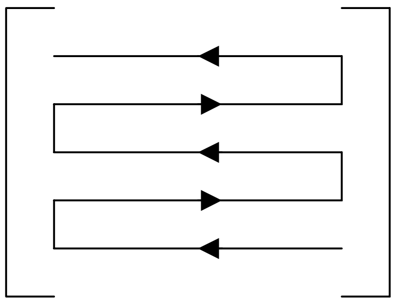
ΣΤ. $i > n - b$

Θεωρώντας πολύ μεγάλο n σε σχέση με το b τότε στη γενική περίπτωση η loc(n,b,i,j) δίνεται από το τύπο που ακολουθεί. Σε αντίθετη περίπτωση όπου το b είναι O(n), τότε κάποιες από τις περιοχές που αναφέρθηκαν επάνω αλληλοεπικαλύπτονται ή δεν υπάρχουν, οπότε η loc(n,b,i,j) προκύπτει από το γενικό τύπο με αφαίρεση των κατάλληλων όρων.

$$
\begin{cases}
\sum_{k=1}^{i}(n-2(b-1)-2k)-(n-j-(b-1)-i)\ , \ \text{για} \ \ i \le b \\[2ex]
\sum_{k=1}^{b}(n-2(b-1)-2k)+\sum_{k=b+1}^{i}(n-4(b-1)-2)-\begin{Bmatrix} (n-4(b-1)-2-j), j<i \\ (n-2(b-1)-1-j)\ , i<j<n-i+1 \\ n-j \qquad\qquad\qquad , n-i+1<j \end{Bmatrix} & , \text{για} \ b<i\le \frac{n+1}{2}-b \\[2ex]
\sum_{k=1}^{b}(n-2(b-1)-2k)+\sum_{k=b+1}^{\frac{n+1}{2}-b}(n-4(b-1)-2)+\sum_{k=\frac{n+1}{2}-b+1}^{i}(2(k-1)-2(b-1))-\begin{Bmatrix} 2(i-1)-2(b-1)-j, j<i \\ n-j \qquad\qquad\qquad , j>n-i+1 \end{Bmatrix} & , \text{για} \ \frac{n+1}{2}-b<i\le \frac{n+1}{2} \\[2ex]
\sum_{k=1}^{b}(n-2(b-1)-2k)+\sum_{k=b+1}^{\frac{n+1}{2}-b}(n-4(b-1)-2)+\sum_{k=\frac{n+1}{2}-b+1}^{\frac{n+1}{2}}(2(k-1)-2(b-1))+\sum_{k=\frac{n+1}{2}+1}^{i}(2(n-i)-2(b-1))-\begin{Bmatrix} 2(n-i)-2(b-1)-j, j<i \\ n-j \qquad\qquad\qquad , j>n-i+1 \end{Bmatrix} & , \text{για} \ \frac{n+1}{2}<i\le \frac{n+1}{2}+b \\[2ex]
\sum_{k=1}^{b}(n-2(b-1)-2k)+\sum_{k=b+1}^{\frac{n+1}{2}-b}(n-4(b-1)-2)+\sum_{k=\frac{n+1}{2}-b+1}^{\frac{n+1}{2}}(2(k-1)-2(b-1))+\sum_{k=\frac{n+1}{2}+1}^{\frac{n+1}{2}+b-1}(2(n-i)-2(b-1))+\sum_{k=\frac{n+1}{2}+b}^{i}(n-4(b-1)-2)-\begin{Bmatrix} n-4(b-1)-2-j, j<i \\ n-2(b-1)-1-j, i<j<n-i+1 \\ n-j \qquad\qquad , n-i+1<j \end{Bmatrix} & , \text{για} \ \frac{n+1}{2}+b<i\le n-b \\[2ex]
\sum_{k=1}^{b}(n-2(b-1)-2k)+\sum_{k=b+1}^{\frac{n+1}{2}-b}(n-4(b-1)-2)+\sum_{k=\frac{n+1}{2}-b+1}^{\frac{n+1}{2}}(2(k-1)-2(b-1))+\sum_{k=\frac{n+1}{2}+1}^{\frac{n+1}{2}+b-1}(2(n-i)-2(b-1))+\sum_{k=\frac{n+1}{2}+b}^{n-b}(n-4(b-1)-2)+\sum_{k=n-b+1}^{i}2(k-b)-n+k-b-j & , \text{για} \ i>n-b
\end{cases}
$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Θεωρούμε ένα πίνακα Α διαστάσεων nxn. Για την εύκολη διάσχισή του κατά γραμμές όπως δείχνει το σχήμα, τα στοιχεία έχουν τοποθετηθεί σε ένα μονοδιάστατο πίνακα Β, σύμφωνα με τη σειρά που εμφανίζονται στη διάσχιση. Ζητείται να δώσετε σε Pascal, C ή σε αριθμητική έκφραση τη συνάρτηση απεικόνισης loc(n,i,j) , η οποία προσδιορίζει τη θέση του στοιχείου A[i,j] στον πίνακα Β. ΠΡΟΣΟΧΗ: Η διάσχιση γίνεται σύμφωνα με την πορεία που δείχνουν τα βελάκια. Ξεκινάει από κάτω και εναλλάσσεται από γραμμή σε γραμμή.



Προτεινόμενη Λύση:

Έστω ότι μας ζητείται το στοιχείο του πίνακα στην θέση [i,j]. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να περάσουμε τις πρώτες (n-i) γραμμές (ξεκινώντας από το τέλος), και μετά να βρούμε το j-οστο στοιχείο από την γραμμή i. Αν η διάσχιση της i γραμμής είναι από τα δεξιά προς τα αριστερά τότε χρειαζόμαστε το j-οστο στοιχείο από το τέλος της αλλιώς αν η διάσχιση της i γραμμής είναι από τα αριστερά προς τα δεξιά τότε χρειαζόμαστε το j-οστο στοιχείο από την αρχή της. Το πώς διασχίζονται οι γραμμές φαίνεται παρακάτω:

Αν n άρτιος και i-γραμμή περιττή τότε η διάσχιση είναι από αριστερά προς τα δεξιά
Αν n άρτιος και i-γραμμή άρτια τότε η διάσχιση είναι από δεξιά προς τα αριστερά
Αν n περιττός και i-γραμμή περιττή τότε η διάσχιση είναι από δεξιά προς τα αριστερά
Αν n περιττός και i-γραμμή άρτια τότε η διάσχιση είναι από αριστερά προς τα δεξιά

Το πρόγραμμα σε C που υπολογίζει το loc(A,i,j) είναι το εξής:

```
Unsigned int loc(unsigned int i, unsigned int j, unsigned int n)
{
        unsigned int k;

        k= n*(n-i);
        if (n%2==0)
        {
                if (i%2= =0)
                        k=k+(n-j)
                else
                        k=k+j;
```

```
        }
        else
        {
                if (i%2= =0)
                        k=k+j
                else
                        k=k+(n-j);
        }
                return k;
}
```